

Brug af TI-83

Løsning af andengradsligninger med TI-83

Indtast formlerne for d, og rødderne og gem dem i formellagrene u,v eller w.

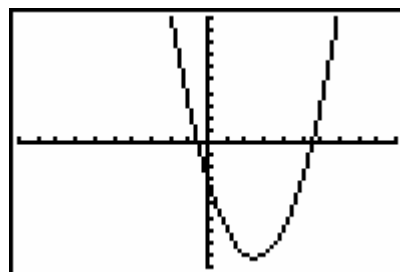
Gem værdierne for a, b og c i lagrene A, B og C

Nedenstående display viser hvordan formlen for d og den ene rod indtastes, hvordan polynomiet indtastes samt grafen for andengradspolynomiet.

I kan læse mere om det i den udleverede *Eksempelsamling til TI-83*.

```
"B^2-4AC"→u
Done
"(-B+√(u))/(2A)"
→w
Done
w
5.541381265
```

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=AX^2+BX+C
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=
```



Det er også muligt at lægge et program ind i TI-83 til bestemmelse af rødderne:

TI-Graph – Link

- er et program til bl.a. overførsel af programmer til TI-83. Programmet ligger på datamaskinen i nr.70. Forskellige programmer til TI-83 ligger i kataloget *Ti83\Programmer til Ti83*.

I kan søge efter programmer til TI-83 på internettet. På min hjemmeside under matematik har jeg lagt nogle links til forskellige adresser.

På min hjemmeside kan i hente et program til løsning af 2.gradsligninger :

ANDENGRA under klasser/1x (<http://home5.inet.tele.dk/hhhsdrh/>)

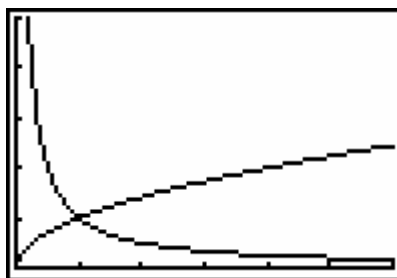
Løsning af uligheder:

Andre ikke simple uligheder løses ved følgende metode - skitseret ved et eksempel :

$$\text{Løs uligheden } \sqrt{x} \leq \frac{1}{x}$$

Først løses den tilsvarende ligning $\sqrt{x} = \frac{1}{x}$ (evt. v.h.a TI-83)

Tegn graferne for funktionerne $f(x) = \sqrt{x}$ og $g(x) = \frac{1}{x}$ på TI-83



Tast **CALC** efterfulgt af **INTERSECT** for at få beregnet skæringspunktet

Af det grafiske billede fås så løsningen $L =]0,1]$

Tegning af grafer m.m. på TI-83

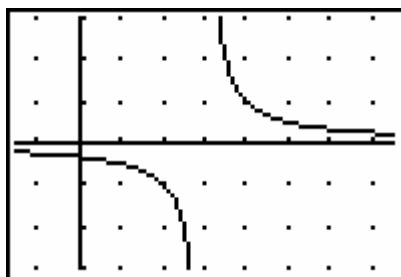
På en grafisk lommeregner kan man hurtigt tegne grafen for en funktion. For at se grafen for $f(x) = \frac{1}{x-3}$ på TI-83 indtastes forskriften først i menuen $\boxed{Y=}$. Dernæst trykkes på tasten $\boxed{\text{GRAPH}}$, og grafen fremkommer i displayet. For at få et bekvemt udsnit af grafen anvendes menuen $\boxed{\text{WINDOW}}$ til at fastlægge de intervaller på x- og y-aksen, som skal vises i grafvinduet. Vinduets bredde er 1,5 gang større end højden, så hvis man ønsker, at billedet af grafen skal have samme størrelsesforhold på de to led, skal man vælge intervallet på x-aksen 1,5 gang så langt som på y-aksen.

```
Plot1 Plot2 Plot3
Y1=1/(X-3)
Y2=
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=
Y7=
```

Indtastning under Y = .

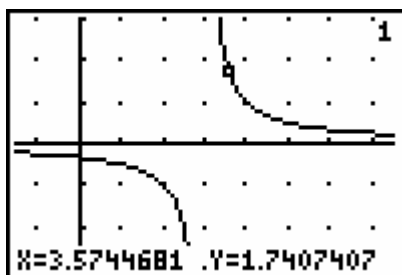
```
WINDOW
Xmin=-1.5
Xmax=7.5
Xscl=1
Ymin=-3
Ymax=3
Yscl=1
Xres=1
```

Opsætning under WINDOW



Grafen for $f(x) = \frac{1}{(x-3)}$

Hvis man ønsker en række funktionsværdier, kan man aktivere tasten $\boxed{\text{TRACE}}$ og anvende piletasterne ($\boxed{\leftarrow}$ og $\boxed{\rightarrow}$) til at forskyde et punkt langs grafen. Samtidig ses i grafvinduet sammenhørende værdier af x og $y = f(x)$ for det punkt, hvor markøren blinker. Mens man er i $\boxed{\text{TRACE}}$ kan man selv indtaste x-værdien: trykker man på et tal, vil tallet modtages i grafvinduet som X=. Tryk så $\boxed{\text{ENTER}}$ og markøren vil blinke i det punkt, der har den pågældende x-værdi.



Anvendelse af TRACE

Indtast selv en x-værdi og tast ENTER

En anden måde at få en funktionstabel frem på, er ved anvendelse af **TABLE**. I displayet vises så en over sammenhørende x- og y-værdier for funktionen. Man kan bestemme tabellens udseende ved hjælp af menuen **TBLSET**

X	Y1	
1.3	-.5	
1.3	-.5882	
1.6	-.7143	
1.9	-.9091	
2.2	-1.25	
2.5	-2	
2.8	-5	
X=1		

Anvendelse af TABLE

TABLE SETUP
TblStart=1
ΔTbl=.3
Indpt: Auto Ask
Depnd: Auto Ask

Fastlæggelse af tabelværdier med TBLSET.

Der kan indskrives flere funktioner samtidig i menuen **Y=**, og man kan 'tænde'/ 'slukke' for de enkelte funktioner ved at trykke på tasten **ENTER**, når markøren står på lighedstegnet. Når der trykkes på **GRAPH**, så vises kun graferne for de tændte. Hvis der er flere funktioner i grafvinduet, kan man stadig bruge den ved at bruge **TRACE** faciliteten. Man springer fra den ene graf til den anden ved at bruge piletasterne **↑** og **↓**. Også **TABLE** menuen kan stadig bruges.

Funktionsundersøgelse:

Nulpunktsbestemmelse:

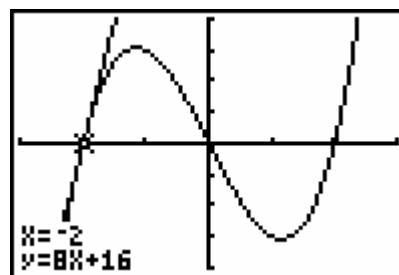
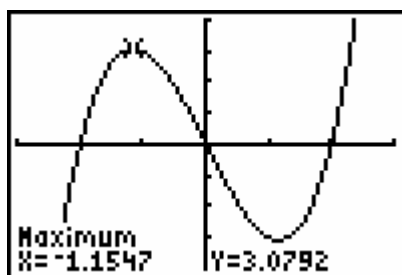
Numerisk løsning

Der er i det væsentlige 3 metoder med grafregneren

- Tegning af graf og anvendelse af faciliteten **CALC**
- Tegning af graf og anvendelse af faciliteten **TRACE**
- Benyt grafregnerens **Solver** funktion.

Metoderne er beskrevet i *Eksempelsamling til TI-83* § 7 og 9.

Bestemmelse af ekstremer (lokale maksimum og minimumspunkter) og tangenter ved hjælp af TI-83



Emnet er udmærket beskrevet i Eksempelsamling til TI-83 kap.7 og 15.

Potensregression

På **TI-83** kan man beregne forskriften for potensvæksten. Metoden kaldes *potensregression*.

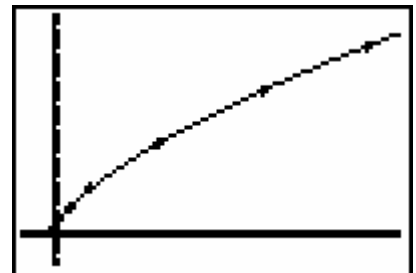
Metoden er stort set som ved lineær og eksponentiel regression - her skal blot vælges *PwrReg*

Eksempel - keplers 3.lov (s.191 i bogen *Differentialregning*)

L1	L2	L3	3
.241	.387		
.615	.723		
1.000	1.000		
1.881	1.524		
11.862	5.203		
29.458	9.539		
84.014	19.180		

L3(1)=

```
PwrReg
y=a*x^b
a=1.000
b=.667
r^2=1.000
r=1.000
```



Grænseværdier:

Hvis du er i tvivl om en grænseværdi, er TI83 et udmærket redskab til at skabe sig overblik over funktionens graf med hensyn til grænseværdier og eventuelle asymptoter.

Eksempel på en harmonisk svingning og løsning af en trigonometrisk ulighed ved hjælp af TI83:

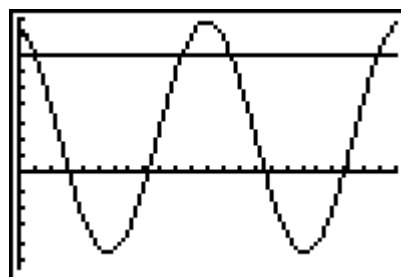
Følgende model beskriver tidevandstand (i cm som funktion af tiden) i Esbjerg 1/1-92:

$$f(x) = 67,5 \cdot \sin(0,503x - 4,423) + 21,3 \quad x \in [0;24]$$

Spørgsmål: På hvilket tidspunkt af døgnet er vandstanden over 70.

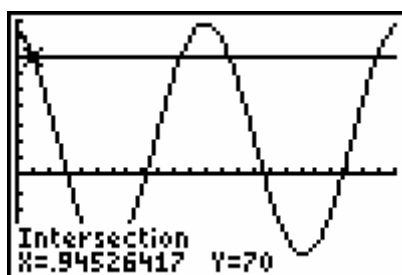
Funktionen indtastes på TI83 og et passende vindue vælges (udnyt at $V_m(\sin) = [-1;1]$)
Ydermere indtastes den konstante funktion $g(x) = 70$

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=24
Xscl=1
Ymin=-55
Ymax=90
Yscl=10
Xres=1
```



I **[CALC]** vælges **[5.intersect]**. Man bliver spurgt om hvilken kurve der skal være 1. hhv. 2. kurve. Da der kun er to kurver, skal man blot acceptere forslaget.

Af grafen ses at kurverne skærer hinanden i 4 punkter. TI83 beder om et gæt, som du skal vælge i nærheden af et skæringspunkt. Du kan evt. bruge Trace funktionen. Processen gentages, indtil du har de fire nulpunkter.



Løsninger bliver:

$$x_1 = 0,95$$

$$x_2 = 10,40$$

$$x_3 = 13,44$$

$$x_4 = 22,89$$

Tidevandstanden er dermed over 70 cm. i tidsrummene:

kl.00 - 00⁵⁷ , kl10²⁴ - 13²⁶ og kl. 22⁵³ - 24⁵³ (decimaltallene er lavet om til minutter)

Bemærk at ved en grafisk løsning med TI83 kræves der altid dokumentation i form af en skitse af grafen med angivelse af enheder på akserne.

Kurveundersøgelse med TI-83

I menuen MODE vælges tilstanden Par
Koordinatfunktionen indskrives i menuen Y= og
under WINDOW vælges skaleringen af
parameteren t samt x- og y-kordinaterne.

Eksempel:

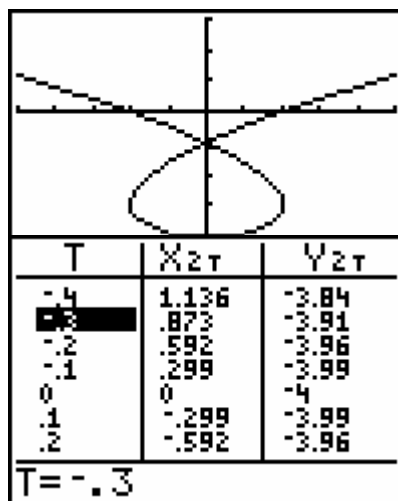
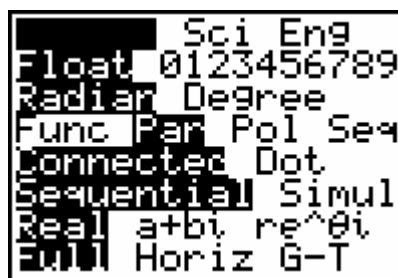
$$x(t) = t^3 - 3t$$

$$y(t) = t^2 - 4$$

Efter passende skalering fås grafen:

Dobbelpunktet kan ikke bestemmes eksakt,
men man kan få t-værdien med et passende
antal decimaler ved hjælp af TRACE -
funktionen.

Under menuen CALC kan der udregnes
funktionsværdier, samt differentialkvotienter.
Skal grafen tegnes på millimeterpapir er TI83
en virkelig god hjælp til at få udarbejdet en
tabel over funktionsværdier. Skridtlængden for
t bestemmes under menuen TBLSET.



Beregning af summer:

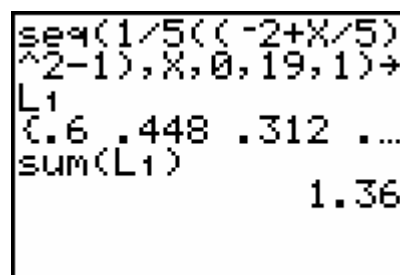
Vi skal beregne venstresummen $V_{20} = \sum_{i=1}^{n-1} (x_i^2 - 1) \frac{1}{5}$ i intervallet [-2;2]

På lommeregneren vælges seq (tryk $\boxed{2nd}$ \boxed{LIST} , vælg OPS og tryk 5:)

Seq er en forkortelse af sequence (= talrække) . Leddene i ovenstående sum er netop en talrække.

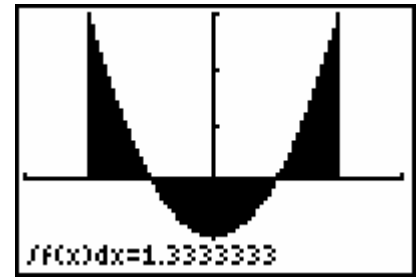
Syntaksen er : seq (udtryk, variabel, startværdi, slutværdi, skridt)

Her taster seq (1/5 ((-2 + x/5)² - 1),x,0,19,1) → L1
Herved udregnes talrækken og den gemmes i L1. V₂₀ er
summen af tallene i talrækken, så den fås ved at udregne
sum(L1) (tryk $\boxed{2nd}$ \boxed{LIST} , vælg MATH og tryk 5:



Beregning af integralet med TI83

Ovenstående er noget omstændelig, og skal man blot finde integralet, gøres det ret let med TI83. Funktionen indskrives i Y= og grafen tegnes i et passende vindue. Under **[2nd]** **[CALC]** trykkes 7: (for integralet) og grænserne vælges.



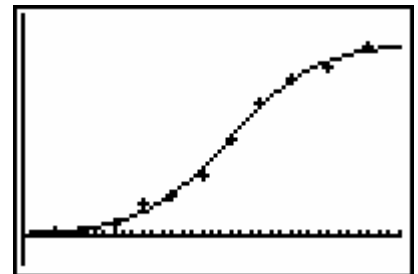
Sådan!

Logistisk regression på ti-83.

Tabellen indskrives i listerne L₁ og L₂ og i menuen **[STAT]** vælges Logistic under **[CALC]**. Hvis man skriver Logistic L₁, L₂, Y₁ Bliver modellen indskrevet som Y₁ under Y=. I **[STAT PLOT]** skal Plot1 sættes til on, og graftype skal være punkter. Grafen for modellen samt tabelværdierne bliver tegnet i et passende koordinatsystem hvis der i menuen **[ZOOM]** vælges ZoomStat.

```
Logistic
y=c/(1+ae^(-bx))
a=195.2901442
b=.2208812657
c=327.2874201
```

```
Plot1 Plot2 Plot3
On Off
Type: [ ] [ ] [ ]
[ ] [ ] [ ]
Xlist:L1
Ylist:L2
Mark: [ ] [ ]
```



Anvendelse af TI-83 til beregning af middeltal og spredning:

Observationsværdierne og hyppighederne (eller frekvenserne) indtastes i hhv. liste L₁ og L₂. I undermenuen **[CALC]** i menuen **[STAT]** vælges 1-Var Stats L₁, L₂ Eksemplet er øvelse 5 side 162:
Middelværdien beregnes til $\bar{x} = 5,533$ og spredningen til $\sigma_x = 2,156$

L1	L2	L3	1
1	1		
2	1		
3	1		
4	1		
5	1		
6	1		
7	1		
8	1		
9	1		
10	1		
11	1		
12	1		
13	1		
14	1		
15	1		
16	1		
17	1		
18	1		
19	1		
20	1		
21	1		
22	1		
23	1		
24	1		
25	1		
26	1		
27	1		
28	1		
29	1		
30	1		
L1(1)=2			

```
1-Var Stats
x=5.533333333
Σx=166
Σx²=1058
Sx=2.19298778
σx=2.156128217
↓n=30
```

Sandsynlighedsregning:

Beregning på TI-83

n!
P_{n,r} nPr
K_{n,r} nCr Findes alle under **[MATH]** → **[PRB]**

Hypergeometrisk fordeling

Følgende program beregner $P(X = r)$:

```
PROGRAM:HYPER
:ClrHome
:Disp "TAST POPL
:   ATION, MERKEDE, ST
:   IKPRØVE OG R"
:Promt N,M,S,R
: (M nCr R)*(N-M
: ) nCr (S-R))/(N
: nCr S)→A
:Disp "P(X=R)",A
:
```

```
PROGRAM:HYPER
:Promt N,M,S,R
: (M nCr R)*(N-M
: ) nCr (S-R))/(N
: nCr S)→A
:Disp "P(X=R)",A
:
```

Ovenstående er udskrift af lommeregnerens display - de tre nederste linier i figuren til venstre er de samme som de øverste i figuren til højre. Bemærk at stikprøvens størrelse er kaldt S.

Binomialfordeling:

Sandsynlighederne kan bestemmes ved hjælp af TI-83:

$$P(X = r) \quad \text{binompdf}(n,p,r)$$

$$P(X \leq r) \quad \text{binomcdf}(n,p,r)$$

Begge funktioner findes under menuen DISTR

Hele sandsynlighedsfordelingen fås på listeform hvis der tages binompdf(n,p) , og den kan lagres i f.eks. liste L₁.

Hvis p er ukendt kan solve - kommandoen i TI-83 anvendes til at finde p.

Hvis n er ukendt kan man ved at prøve sig frem på TI-83 finde n.

Dokumentation:

Ved udregning af sandsynligheder i binomialfordelingen er det vigtigt at forklare fremgangsmåden.

Sandsynligheden for hændelsen X er mindst i og højst j omskrives til:

$$\begin{aligned} P(i \leq X \leq j) &= P(X \leq j) - P(X \leq i-1) \\ &= \text{binomcdf}(n,p,j) - \text{binomcdf}(n,p,i-1) \approx \quad (\text{TI-83}) \end{aligned}$$

Sandsynligheden for hændelsen X er større end r omskrives til:

$$\begin{aligned} P(X > r) &= 1 - P(X \leq r) \\ &= 1 - \text{binomcdf}(n,p,r) \approx \quad (\text{TI-83}) \end{aligned}$$

Normalfordeling:

Både frekvensfunktionen f, Fordelingsfunktionen F og dens omvendte funktion F^{-1} findes på TI-83.

$$\text{Hvis } X \sim N(\mu, \sigma) \text{ er} \quad f(x) = \text{normalpdf}(x, \mu, \sigma)$$

$$F(X) = \text{normalcdf}(-1E99, x, \mu, \sigma)$$

$$F^{-1}(X) = \text{invNorm}(x, \mu, \sigma)$$

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) = \text{normalcdf}(a, b, \mu, \sigma)$$

Hvis $X \sim N(0,1)$ kan vi undlade parametrene for middelværdi og spredning:

$$\phi(x) = \text{normalpdf}(x,)$$

$$\Phi(x) = \text{normalcdf}(-1E99,x)$$

$$\phi^{-1}(x) = \text{invNorm}(x)$$

Eksempler på beregning af sandsynligheder:

$$X \sim N(20,2)$$

$$P(17 \leq X \leq 19) = F(19) - F(17) = \text{normalcdf}(17,19,20,2) = 24,17\%$$

$$P(X \leq 22) = F(22) = \text{normalcdf}(-1E99,22,20,2) = 84,13\%$$

$$P(21 \leq X) = 1 - P(X < 21) = 1 - F(21) = 1 - \text{normalcdf}(-1E99,21,20,2) = 30,85\%$$

Normalfordeling med ukendt spredning.

Kendes et punkt $(a, F(a))$ samt middelværdien kan grafen tegnes og spredningen aflæses ifølge sætning om spredning

På TI-83 kan σ beregnes med $\text{solve}(\text{invNorm}(F(a),\mu,x) - a, x, b)$, hvor b er et gæt.

Normalfordeling med ukendt middelværdi.

Kendes et punkt $(a, F(a))$ samt spredningen kan grafen tegnes. Bemærk at normalfordelinger med samme spredning har parallelle grafer.

Middelværdien aflæses som 50%'s fraktilen.

På TI-83 kan μ beregnes med $\text{solve}(\text{invNorm}(F(a),x,\sigma) - a, x, b)$, hvor b er et gæt.

Løsning af to ligninger med to ubekendte:

TI83: Eksempel:

$$\text{Løs ligningssystemet : } \frac{2}{5}x - \frac{1}{3}y = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{2}{3}y = 2$$

1) Definer en 2x3 matrix:

Tast : MATRX EDIT 1:[A] 2 ENTER 3 ENTER

2) Forsæt med at indtaste koefficienterne, så matricen får udseende:

$$[.4 \quad -.3333 \quad .5]$$

$$[.25 \quad .66667 \quad 2]$$

og afslut med 2nd QUIT

3) Få løsningerne beregnet

Tast **MATRIX MATH ALPHA B MATRIX 1**)

Nu viser lommeregneren : $\text{rref}([A])$.

Ved tast på **ENTER** fås følgende på lommeregnerens display:

```
rref([A])
[[1 0 2.8571428...
 [0 1 1.9285714...
```

hvor tallene i sidste søjle angiver løsningen

$$(x,y) = (2,8571; 1,9285)$$

Ønskes løsningen eksakt tastes **MATH FRAC**

og den eksakte løsning bliver da

$$(x,y) = (20/7; 27/14)$$

Bemærk at metoden faktisk også virker, hvis $D = 0$ (der er uendelig mange løsninger eller slet ingen)

$$\begin{aligned} \text{Ligningssystemet } 2x - 3y &= 4 \\ 4x - 6y &= 8 \end{aligned}$$

har uendeligt mange løsninger og løsningsmængden skrives op således:

$$L = \{ (x,y) \mid 2x - 3y = 4 \}$$

```
rref([A])
[[1 0 2.8571428...
 [0 1 1.9285714...
Ans>Frac
 [[1 0 20/7 ]
 [0 1 27/14]]
```

Tegning af ellipser på TI-83

Figurerne nedenfor viser hvordan en ellipse med centrum i (4,-2) og halvakslerne $a = 5$ og $b = 3$ tegnes:

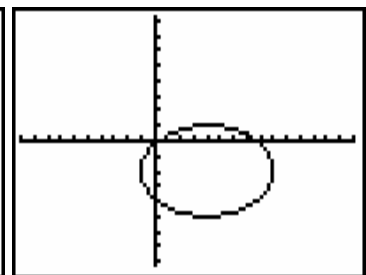
i **MODE** vælges **PAR**

i **Y** indskrives ligningen

i **GRAPH** fås

```
Normal Sci Eng
Float 0123456789
Radian Degree
Func Par Pol Seq
Connected Dot
Sequential Simul
Real a+bi re^θi
Full Horiz G-T
```

```
Plot1 Plot2 Plot3
X1T=+5cos(T)
Y1T=-2+3sin(T)
X2T=
Y2T=
X3T=
Y3T=
X4T=
```



Bemærk at man ved tegning af ellipser bør vælge **5.SQare** i **ZOOM** (samme enhed på akserne)

Perspektivtegning med TI-83

TI-83'eren er velegnet til udregning af billedkoordinaterne og tegning af den perspektiviske figur.

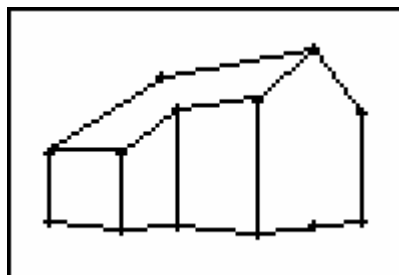
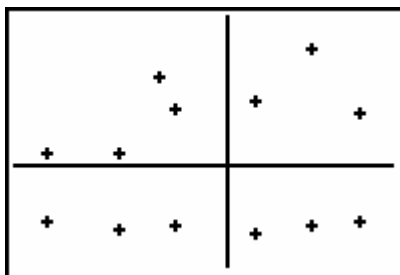
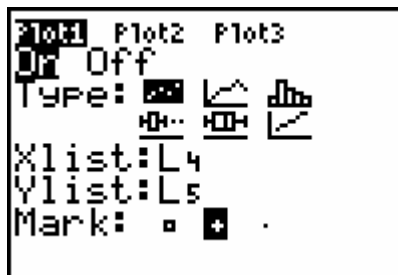
De rumlige koordinater indskrives i liste L_1 , L_2 og L_3 . Distancen lagres i lager D . Billedkoordinaterne beregnes i listerne L_4 og L_5 . Alle koordinaterne i L_4 beregnes på en gang ved at skrive formlen $D \cdot L_1/L_2$ i L_4 . Tilsvarende i L_5 . I **STAT PLOT** sættes **Plot1** til On og listerne ændres til L_4 og L_5 .

Herefter tages **ZOOM** **ZoomStat**. Punkterne forbindes herefter med liniestykker på følgende måde. Marker først et passende startpunkt ved hjælp af **TRACE**. Tast herefter **DRAW** **Line**. Tast **ENTER** og flyt herefter markøren ved hjælp af piletasterne til et andet punkt hvortil der skal tegnes et liniestykke. Tast **ENTER** igen og fortsæt med samme procedure indtil tegningen er færdig. Det kan eventuelt være nødvendigt at benytte **TRACE** igen for at hoppe til et nyt punkt.

Kolonihavehus:

L2	L3	L4	4
20.00	-2.00	0.08	
22.50	-2.00	.08	
25.00	-2.00	.12	
25.00	-2.00	.16	
21.00	-2.00	.10	
23.00	-2.00	.04	
20.00	2.00	.03	

L4(1) = .025



I sidste skærbillede er akserne fjernet (**FORMAT** - **AxesOff**)